



प्राचीन भारत में ज्यामिति एवं प्रमेय शिक्षा (1500 ई. पू. से 600 ई. पू.)

बजरंग लाल, प्रवक्ता, राजकीय वरिष्ठ माध्यमिक विद्यालय
टिटौली, रोहतक

शोध – आलेख सार :-

इस आलेख के माध्यम से शोधार्थी द्वारा ज्यामिति एवं प्रमेय की शिक्षा के महत्त्व पर प्रकाश डाला गया है। लेखक ने 1500 ई.पू. से 600 ई. पू. तक के प्रमाणों का अध्ययन करके आलेख के माध्यम से सटीक ढंग से समझाने का प्रयास किया है जिसमें वह पूर्णतया सफल रहे हैं। ज्यामिति एवं प्रमेय की शिक्षा के बारे में संक्षेप में लिखकर ज्यादा समझाना शोधार्थी के गहन अध्ययन का नतीजा है। उनका यह छोटा सा आलेख गागर में सागर के समान है।

ISSN : 2348-5612 © URR



मूल शब्द : क्षेत्रफल, शुल्ब सूत्र, वेदी, यज्ञ, आहवनीय वेदी, गर्हपत्य वेदी, महावेदी,

भूमिका :

भारतीयों को ज्यामिति का ज्ञान हड़प्पा संस्कृति में भी था जो संभवतः समकोण पर दीवार, सड़क आदि बनाने के लिए प्रयोग की जाती थी। हड़प्पा संस्कृति में ज्यामिति की उत्पत्ति प्रायोगिक आधार पर की गई थी। वैदिक काल में इसका स्वरूप बदलकर व्यावहारिक तथा धार्मिक हो गया। इस काल में सैद्धान्तिक आधार पर विकसित ज्यामिति के उत्पत्ति के निम्न कारण थे।¹

1. भारतीय संस्कृति में वैदिक काल से ही विभिन्न धार्मिक उद्देश्यों की पूर्ति एवं सामाजिक और प्राकृतिक नियमों का सुचारु रूप से संचालन करने के लिए यज्ञों के सम्पादन को अत्यधिक महत्त्व दिया गया था।

2. यज्ञों के सम्पादन हेतु विभिन्न आकृतियों तथा क्षेत्रफल वाली वेदियों की जरूरत पड़ती थी।

3. वेदी संरचना की शुद्धता का विशेष ध्यान रखा जाता था, वेदियों की बनावट में थोड़ी सी त्रुटि से ही उसका फल अशुभ माना जाता था। इन्हीं त्रुटियों से बचने के लिए तथा यज्ञ के फल की प्राप्ति हेतु ज्यामिति के अध्ययन पर विशेष बल दिया गया। शुल्ब सूत्रों में इसे शुल्ब विज्ञान के नाम से वर्णित किया गया है।

ज्यामिति की संरचनाएँ :



यज्ञ कार्य पूर्ण करने के लिए विभिन्न आकृतियों वाली वेदी संरचना की आवश्यकता पड़ती है। ऋग्वेद में अनेक उल्लेखों में यज्ञ कार्य हेतु गृहपत्य, आहवनीय, तथा दक्षिणाग्नि वेदी का वर्णन मिलता है। जिन्हें क्रमशः वृत्, वर्ग, अर्धवृत् आदि कहा जाता है। ऋग्वेद के अनेक उद्धरणों से पता चलता है कि इन वेदियों का क्षेत्रफल आपस में बराबर होता था।² शतपथ ब्राह्मण से पता चलता है कि गार्हपत्य वेदी एक वर्ग व्यास के वृत् तथा आहवनीय वेदी एक वर्ग व्यास के वर्ग के रूप में बनाई जाता थी।³ कई वेदियों को मिलाकर बनाई जाने वाली महावेदी का उल्लेख भी शतपथ ब्राह्मण में मिलता है।⁴ उपरोक्त विवरण के आधार पर हम कह सकते हैं आवश्यकता आविष्कार की जननी होती है अर्थात् यज्ञ के सम्पादन तथा शुभ फल की प्राप्ति हेतु वैदिक ऋषियों ने अनेक नियमों की रचना की।

शतपथ ज्यामिति के आधार पर संरचना:

➤ किसी प्रदत्त रेखा पर वर्ग बनाना ।
➤ किसी वृत् को दुगुना करना ।
➤ विकर्ण पर बनाये गये वर्ग का क्षेत्रफल अन्य भुजाओं के वर्गों के क्षेत्रफल के योग के समान होता है।

- प्रदत्त माप की आयत बनाना ।
➤ किसी समबाहु समलंब चतुर्भुज के समान दूसरा समलंब चतुर्भुज बनाना।
➤ समबाहु समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना ।
➤ ज्ञात आधार और किनारे की लम्बाई का समबाहु समलंब चतुर्भुज बनाना आदि।

शुल्ब कालीन संरचनाएँ:

वैदिक काल में संरचनीय ज्यामिति वेदियों के लिये जो सूत्र तैयार किये गये उन्हें शुल्ब सूत्रों के नाम से पुकारा गया जैसे बौधायन, शुल्बसूत्र, आपस्तम्ब, कात्यायन, मानव, मैत्रायण, वराह एवं वाधर्य आदि। शुल्बकालीन भारतीय ज्यामिति का विकास मुख्य रूप से संरचनाओं, संरचनाओं के आपस में परिवर्तन तथा कतिपय प्रमथों की व्याख्या के उद्देश्य से किया गया था।⁵ शुल्ब सूत्रों में निम्न लिखित ज्यामिति नियमों का वर्णन मिलता है।

➤ कात्यायन शुल्ब सूत्र के अनुसार, प्रदत्त रेखा पर ऐसा लम्ब बनाना जो उसे दो भागों में विभक्त करे।
➤ कात्यायन शुल्ब सूत्र के अनुसार पूर्व पश्चिम की रेखा ज्ञात करने का नियम
➤ प्रदत्त रेखा को कई बराबर भागों में विभाजित करना।
➤ बौधायन सूत्र $3/256$ के अनुसार त्रिभुज को बराबर भागों में विभाजित करना।
➤ बौधायन शुल्ब सूत्र $2/73-74$ के अनुसार वृत् का व्यास खींचकर उसे कई बराबर भागों में विभाजित करना।



- का. शु. सूत्र $1/3$ के अनुसार प्रदत्त रेखा के समकोण पर दूसरी रेखा खींचना।
 - प्रदत्त रेखा के निश्चित बिन्दु पर समकोण रेखा खींचना।
 - प्रदत्त रेखा पर आयत बनाना।
 - प्रदत्त रेखा पर वर्ग का निर्माण करना।
 - आ. शु. सू. $19/5$ के अनुसार प्रदत्त रेखा के आधार पर समानान्तर चतुर्भुज बनाना।
 - शुल्ब सूत्रों के अनुसार दो वर्गों के क्षेत्रफल के योग के बराबर वर्ग बनाना।
 - बौ. शु. सू. के अनुसार दो पंचभुजों के योग के बराबर वर्ग बनाना।
 - प्रदत्त आयत के बराबर वर्ग बनाना।
 - प्रदत्त रेखा पर वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर आयत बनाना।
 - बौ. शु. सू. $1/41$ के अनुसार दिये गये आधार पर समद्विबाहु समलंब चतुर्भुज बनाना।
 - आ. शु. सूत्र $19/5$ के अनुसार प्रदत्त रेखा के आधार पर चतुर्भुज बनाना।
 - वर्ग को वृत्त तथा वृत्त को वर्ग में बदलना।
 - बौ. शु. सू. $1/22$ के अनुसार प्रदत्त भुजा की सहायता से ज्योमितीय आकृति के अन्दर वर्ग बनाना।
 - का. शु. सू. $4/6$ के अनुसार समचतुर्भुज के बराबर वर्ग बनाना।
 - आ. शु. सू. $12/9$ तथा बौ. शु. सू. $1/57$ के अनुसार ऐसा समचतुर्भुज बनाना जो दिये गये वर्ग तथा आयत के समान हो।
 - बौ. शु. सू. $1/55$ के अनुसार प्रदत्त आयत एवं वर्ग के क्षेत्रफल के समान समबाहु समलम्ब चतुर्भुज बनाना।
 - का. शु. सू. $4/5$ के अनुसार त्रिभुज के बराबर वृत्त बनाना उपरोक्त नियमों के आधार पर संरचनाओं को बनाने के लिए प्रमेयों का भी प्रयोग किया जाता था उदाहरण स्वरूप निम्न तथ्यों का अध्ययन किया जा सकता है।⁶
- प्रमेयों का ज्यामिति संरचनाओं में प्रयोग:—**
- किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल प्रदत्त आयत के क्षेत्रफल से आधा होगा यदि आयत की किनारे वाली भुजाएँ त्रिभुज के आधार और ऊँचाई के बराबर हो।
 - किसी आयत के परस्पर काटने वाले विकर्ण आयत को चार बराबर भागों में बाटेंगे।
 - वृत्त की परिधि के किसी भी स्थान से उसके केन्द्र की दूरी हमेशा बराबर होती है।
 - समचतुर्भुज का विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटेगा।



- वह त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगी जिसकी दो भुजाओं पर बने वर्गों के क्षेत्रफल का योग तीसरी भुजा पर बने वर्ग के योग के समान हो।
- शीर्ष बिन्दु से खींची गई रेखा समबाहु त्रिभुज को दो भागों में बाँटती है।
- किसी वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर खींचे गये वर्ग का क्षेत्रफल पहले वाले वर्ग के क्षेत्रफल का आधा होता है।
- किसी आयत की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाया गया समचतुर्भुज पहले वाली आयत के क्षेत्रफल का आधा होता है।
- समकोण त्रिभुज के विकर्ण पर बनाये गये वर्ग का क्षेत्रफल अन्य दो भुजाओं पर बनाये गये वर्ग के योग के समान होता है।
- एक समान आधार तथा समानान्तर रेखाओं के मध्य खींचे गये आयत तथा चतुर्भुज के क्षेत्रफल परस्पर एक समान मिलते हैं।

उपरोक्त नियम गणित तथा ज्यामिति के लिए अति आवश्यक है तथा उस समय से लेकर आज तक उपयोगी व प्रासंगिक है। ये निविवादित नियम प्रमेयों के नियम के नाम से भी प्रसिद्ध हैं।

शुल्ब प्रमेय तथा पाइथागोरस प्रमेयों में समानता :

कुछ विद्वान उपरोक्त नियमों का आविष्कारक यूनानी गणितज्ञ पाइथागोरस 540 ई. पू. को मानते हैं। जबकि तत्कालीन अनेक संस्कृतियों के गणित ज्ञान का तुलनात्मक अध्ययन करने पर यह निष्कर्ष निकलता है कि भारत में शुल्ब सूत्रों के काल से पहले ही इसको निर्मेय रूप में खोज लिया गया था। तैत्तिरीय संहिता तथा शतपथ ब्राह्मण में इसका स्पष्ट वर्णन मिलता है।⁷ वैदिक काल में वर्णित श्येन चित वेदी की रचना से भारतीय ज्ञान की श्रेष्ठता स्वयं सिद्ध होती है क्योंकि इस वेदी के निर्माण के लिए एक ऐसा वर्ग बनाया जाता था जिसका क्षेत्रफल 7.5 वर्ग मात्रक हो तथा इसमें 1 मात्रक भुजा वाले 4 वर्ग, 1+1.2 लम्बी भुजा के दो आयत व 1+1.1 लम्बी भुजा वाला एक आयत बनाया जाता था। इसी प्रकार शुल्ब सूत्रों में भी अनेक वर्ग बनाने का प्रमाण प्राप्त होता है जिनका क्षेत्रफल 1.5, 2.5, 3.5 के गुणज में होता था। इस प्रकार हम श्येन चित् वेदी के ज्ञान को देखते हुए हम कह सकते हैं कि प्रमेय का ज्ञान विश्व पटल पर सर्वप्रथम भारतीयों ने रखा। प्रमेय के विलोम प्रमेय बनाने का श्रेय भी भारतीयों को जाता है। अतः विलोम प्रमेय के ज्ञान, अपरिमेय को ज्ञान के आधार पर हम कह सकते हैं कि प्रमेय के आविष्कारक भारतीय थे। वैदिक ज्यामिति का आधार धार्मिक और व्यवहारिक था। शुल्ब काल में तो ज्यामिति के विकास की सैद्धान्तिक नींव पड़ी। इस काल में भारतीय ज्यामिति अपनी उन्नति के चर्मोत्कर्ष पर पहुँची। उस समय तक यूनान, मिश्र तथा बेबीलोन में ज्यामिति का विकास न के बराबर था। शुल्ब सूत्रों के बाद के काल में भारतीय ज्यामिति के विकास में कमी आई। संभवतः तत्कालीन विद्वानों ने भूमण्डल की व्याख्या करने में,



वृत्तीय क्षेत्रों के हल खोजने में तथा आकाशीय पिण्डों की गणना में अधिक रुचि दिखलाई जो कि अपने आप में एक अलग तथा महत्वपूर्ण कार्य था।

सारांश :

ज्यामिति का तुलनात्मक अध्ययन करने पर ज्ञात होता है कि ज्यामिति की उत्पत्ति विभिन्न संस्कृतियों में प्रायोगिक आधार पर स्वतन्त्र रूप में हुई। मिश्र पिरामिड, बेबीलोनी जिगुरथ व हड़प्पन 90° पर निर्मित आयताकर दीवारें, सीधी सड़कें, एक सांचे में ढाली गई ईंट और वृत्तीय कुँओं से उनके तत्संबंधी प्रायोगिक ज्ञान की जानकारी मिलती है। वैदिक काल में प्रविष्ट होने पर इसका स्वरूप व्यवहारिक तथा धार्मिक हो जाता है। इस समय भारतीयों ने अनेक प्रमेयों एवं निर्मेयों का अविष्कार किया जिनमें तथाकथित पाईथागोरस अर्थात् शुल्ब प्रमेयों के सन्दर्भ में विद्वानों में लम्बे अरसे से विवाद रहा है। पाश्चात्य विद्वान इसकी खोज का श्रेय पाईथागोरस को देते हैं जबकि तथ्यों का निष्पक्ष अध्ययन करने पर इसके अविष्कार का श्रेय भारतीयों को जाता है।

सन्दर्भ सूची

1. शर्मा विजय शर्मा लक्ष्मी, अन्तर्राष्ट्रीय परिपेक्ष्य में प्राचीन भारतीय विज्ञान पृ.18
2. ऋ. वे. : 1/170/4, 1/15/12, 5/31/12, 6/15/19, 7/35/7, 8/19/8, 10/85, 27
3. श. ब्रा. 7/1/1/37, 7/1/1/1
4. वही 3/5/1/1-6
5. Prakash, S. The Sulba sutras, Allahabad 1979 page 1-3
6. Shukla, K. S, Hindu Geometry revised paper of A.N. shigh & V.B. Dutta, Indian Journal of History of science. 1980 page 122
7. तैत्तिरीय संहिता : 6/2/4/6 तथा श. ब्रा.: 10/2/3/4